**三角函数专项训练**

1．在△*ABC*中，角*A*、*B*、*C*对应边*a*、*b*、*c*，外接圆半径为1，已知2（sin2*A*﹣sin2*C*）＝（*a*﹣*b*）sin*B*．

（1）证明*a*2+*b*2﹣*c*2＝*ab*；

（2）求角*C*和边*c*．

2．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*．已知*b*sin*A*＝*a*cos（*B*﹣菁优网-jyeoo）．

（Ⅰ）求角*B*的大小；

（Ⅱ）设*a*＝2，*c*＝3，求*b*和sin（2*A*﹣*B*）的值．

3．已知α，β为锐角，tanα＝菁优网-jyeoo，cos（α+β）＝﹣菁优网-jyeoo．

（1）求cos2α的值；

（2）求tan（α﹣β）的值．

4．在平面四边形*ABCD*中，∠*ADC*＝90°，∠*A*＝45°，*AB*＝2，*BD*＝5．

（1）求cos∠*ADB*；

（2）若*DC*＝2菁优网-jyeoo，求*BC*．

5．已知函数*f*（*x*）＝sin2*x*+菁优网-jyeoosin*x*cos*x*．

（Ⅰ）求*f*（*x*）的最小正周期；

（Ⅱ）若*f*（*x*）在区间[﹣菁优网-jyeoo，*m*]上的最大值为菁优网-jyeoo，求*m*的最小值．

6．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*．已知*a*sin*A*＝4*b*sin*B*，*ac*＝菁优网-jyeoo（*a*2﹣*b*2﹣*c*2）

（Ⅰ）求cos*A*的值；

（Ⅱ）求sin（2*B*﹣*A*）的值

7．设函数*f*（*x*）＝sin（ω*x*﹣菁优网-jyeoo）+sin（ω*x*﹣菁优网-jyeoo），其中0＜ω＜3，已知*f*（菁优网-jyeoo）＝0．

（Ⅰ）求ω；

（Ⅱ）将函数*y*＝*f*（*x*）的图象上各点的横坐标伸长为原来的2倍（纵坐标不变），再将得到的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位，得到函数*y*＝*g*（*x*）的图象，求*g*（*x*）在[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上的最小值．

8．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*．已知*a*＞*b*，*a*＝5，*c*＝6，sin*B*＝菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求*b*和sin*A*的值；

（Ⅱ）求sin（2*A*+菁优网-jyeoo）的值．

9．△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知△*ABC*的面积为菁优网-jyeoo．

（1）求sin*B*sin*C*；

（2）若6cos*B*cos*C*＝1，*a*＝3，求△*ABC*的周长．

10．△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知sin（*A*+*C*）＝8sin2菁优网-jyeoo．

（1）求cos*B*；

（2）若*a*+*c*＝6，△*ABC*的面积为2，求*b*．

11．已知函数*f*（*x*）＝菁优网-jyeoocos（2*x*﹣菁优网-jyeoo）﹣2sin*x*cos*x*．

（*I*）求*f*（*x*）的最小正周期；

（*II*）求证：当*x*∈[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]时，*f*（*x*）≥﹣菁优网-jyeoo．

12．已知向量菁优网-jyeoo＝（cos*x*，sin*x*），菁优网-jyeoo＝（3，﹣菁优网-jyeoo），*x*∈[0，π]．

（1）若菁优网-jyeoo，求*x*的值；

（2）记*f*（*x*）＝菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，求*f*（*x*）的最大值和最小值以及对应的*x*的值．

13．在△*ABC*中，∠*A*＝60°，*c*＝菁优网-jyeoo*a*．

（1）求sin*C*的值；

（2）若*a*＝7，求△*ABC*的面积．

14．已知函数*f*（*x*）＝2sinω*x*cosω*x*+cos2ω*x*（ω＞0）的最小正周期为π．

（1）求ω的值；

（2）求*f*（*x*）的单调递增区间．

15．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知*b*+*c*＝2*a*cos*B*．

（1）证明：*A*＝2*B*；

（2）若cos*B*＝菁优网-jyeoo，求cos*C*的值．

16．设*f*（*x*）＝2菁优网-jyeoosin（π﹣*x*）sin*x*﹣（sin*x*﹣cos*x*）2．

（Ⅰ）求*f*（*x*）的单调递增区间；

（Ⅱ）把*y*＝*f*（*x*）的图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），再把得到的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位，得到函数*y*＝*g*（*x*）的图象，求*g*（菁优网-jyeoo）的值．

17．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知*a*sin2*B*＝菁优网-jyeoo*b*sin*A*．

（1）求*B*；

（2）已知cos*A*＝菁优网-jyeoo，求sin*C*的值．

18．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知*b*+*c*＝2*a*cos*B*．

（Ⅰ）证明：*A*＝2*B*；

（Ⅱ）若△*ABC*的面积*S*＝菁优网-jyeoo，求角*A*的大小．

19．在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别是*a*，*b*，*c*，且菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）证明：sin*A*sin*B*＝sin*C*；

（Ⅱ）若*b*2+*c*2﹣*a*2＝菁优网-jyeoo*bc*，求tan*B*．

20．在△*ABC*中，*AC*＝6，cos*B*＝菁优网-jyeoo，*C*＝菁优网-jyeoo．

（1）求*AB*的长；

（2）求cos（*A*﹣菁优网-jyeoo）的值．

21．已知函数*f*（*x*）＝4tan*x*sin（菁优网-jyeoo﹣*x*）cos（*x*﹣菁优网-jyeoo）﹣菁优网-jyeoo．

（1）求*f*（*x*）的定义域与最小正周期；

（2）讨论*f*（*x*）在区间[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上的单调性．

22．△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知2cos*C*（*a*cos*B*+*b*cos*A*）＝*c*．

（Ⅰ）求*C*；

（Ⅱ）若*c*＝菁优网-jyeoo，△*ABC*的面积为菁优网-jyeoo，求△*ABC*的周长．

**参考答案**

1．在△*ABC*中，角*A*、*B*、*C*对应边*a*、*b*、*c*，外接圆半径为1，已知2（sin2*A*﹣sin2*C*）＝（*a*﹣*b*）sin*B*．

（1）证明*a*2+*b*2﹣*c*2＝*ab*；

（2）求角*C*和边*c*．

【解答】证明：（1）∵在△*ABC*中，角*A*、*B*、*C*对应边*a*、*b*、*c*，外接圆半径为1，

∴由正弦定理得：菁优网-jyeoo＝2*R*＝2，

∴sin*A*＝菁优网-jyeoo，sin*B*＝菁优网-jyeoo，sin*C*＝菁优网-jyeoo，

∵2（sin2*A*﹣sin2*C*）＝（*a*﹣*b*）sin*B*，

∴2（菁优网-jyeoo）＝（*a*﹣*b*）•菁优网-jyeoo，

化简，得：*a*2+*b*2﹣*c*2＝*ab*，

故*a*2+*b*2﹣*c*2＝*ab*．

解：（2）∵*a*2+*b*2﹣*c*2＝*ab*，

∴cos*C*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，

解得*C*＝菁优网-jyeoo，

∴*c*＝2sin*C*＝2•菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

2．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*．已知*b*sin*A*＝*a*cos（*B*﹣菁优网-jyeoo）．

（Ⅰ）求角*B*的大小；

（Ⅱ）设*a*＝2，*c*＝3，求*b*和sin（2*A*﹣*B*）的值．

【解答】解：（Ⅰ）在△*ABC*中，由正弦定理得菁优网-jyeoo，得*b*sin*A*＝*a*sin*B*，

又*b*sin*A*＝*a*cos（*B*﹣菁优网-jyeoo）．

∴*a*sin*B*＝*a*cos（*B*﹣菁优网-jyeoo），即sin*B*＝cos（*B*﹣菁优网-jyeoo）＝cos*B*cos菁优网-jyeoo+sin*B*sin菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoocos*B*+菁优网-jyeoo，

∴tan*B*＝菁优网-jyeoo，

又*B*∈（0，π），∴*B*＝菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）在△*ABC*中，*a*＝2，*c*＝3，*B*＝菁优网-jyeoo，

由余弦定理得*b*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，由*b*sin*A*＝*a*cos（*B*﹣菁优网-jyeoo），得sin*A*＝菁优网-jyeoo，

∵*a*＜*c*，∴cos*A*＝菁优网-jyeoo，

∴sin2*A*＝2sin*A*cos*A*＝菁优网-jyeoo，

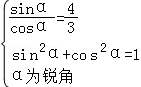
cos2*A*＝2cos2*A*﹣1＝菁优网-jyeoo，

∴sin（2*A*﹣*B*）＝sin2*A*cos*B*﹣cos2*A*sin*B*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

3．已知α，β为锐角，tanα＝菁优网-jyeoo，cos（α+β）＝﹣菁优网-jyeoo．

（1）求cos2α的值；

（2）求tan（α﹣β）的值．

【解答】解：（1）由，解得，

∴cos2α＝菁优网-jyeoo；

（2）由（1）得，sin2菁优网-jyeoo，则tan2α＝菁优网-jyeoo．

∵α，β∈（0，菁优网-jyeoo），∴α+β∈（0，π），

∴sin（α+β）＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

则tan（α+β）＝菁优网-jyeoo．

∴tan（α﹣β）＝tan[2α﹣（α+β）]＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

4．在平面四边形*ABCD*中，∠*ADC*＝90°，∠*A*＝45°，*AB*＝2，*BD*＝5．

（1）求cos∠*ADB*；

（2）若*DC*＝2菁优网-jyeoo，求*BC*．

【解答】解：（1）∵∠*ADC*＝90°，∠*A*＝45°，*AB*＝2，*BD*＝5．

∴由正弦定理得：菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，

∴sin∠*ADB*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，

∵*AB*＜*BD*，∴∠*ADB*＜∠*A*，

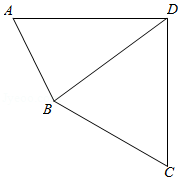
∴cos∠*ADB*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

（2）∵∠*ADC*＝90°，∴cos∠*BDC*＝sin∠*ADB*＝菁优网-jyeoo，

∵*DC*＝2菁优网-jyeoo，

∴*BC*＝菁优网-jyeoo

＝菁优网-jyeoo＝5．



5．已知函数*f*（*x*）＝sin2*x*+菁优网-jyeoosin*x*cos*x*．

（Ⅰ）求*f*（*x*）的最小正周期；

（Ⅱ）若*f*（*x*）在区间[﹣菁优网-jyeoo，*m*]上的最大值为菁优网-jyeoo，求*m*的最小值．

【解答】解：（*I*）函数*f*（*x*）＝sin2*x*+菁优网-jyeoosin*x*cos*x*＝菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoosin2*x*

＝sin（2*x*﹣菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo，

*f*（*x*）的最小正周期为*T*＝菁优网-jyeoo＝π；

（Ⅱ）若*f*（*x*）在区间[﹣菁优网-jyeoo，*m*]上的最大值为菁优网-jyeoo，

可得2*x*﹣菁优网-jyeoo∈[﹣菁优网-jyeoo，2*m*﹣菁优网-jyeoo]，

即有2*m*﹣菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo，解得*m*≥菁优网-jyeoo，

则*m*的最小值为菁优网-jyeoo．

6．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*．已知*a*sin*A*＝4*b*sin*B*，*ac*＝菁优网-jyeoo（*a*2﹣*b*2﹣*c*2）

（Ⅰ）求cos*A*的值；

（Ⅱ）求sin（2*B*﹣*A*）的值

【解答】（Ⅰ）解：由菁优网-jyeoo，得*a*sin*B*＝*b*sin*A*，

又*a*sin*A*＝4*b*sin*B*，得4*b*sin*B*＝*a*sin*A*，

两式作比得：菁优网-jyeoo，∴*a*＝2*b*．

由菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，

由余弦定理，得菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）解：由（Ⅰ），可得菁优网-jyeoo，代入*a*sin*A*＝4*b*sin*B*，得菁优网-jyeoo．

由（Ⅰ）知，*A*为钝角，则*B*为锐角，

∴菁优网-jyeoo．

于是菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

故菁优网-jyeoo．

7．设函数*f*（*x*）＝sin（ω*x*﹣菁优网-jyeoo）+sin（ω*x*﹣菁优网-jyeoo），其中0＜ω＜3，已知*f*（菁优网-jyeoo）＝0．

（Ⅰ）求ω；

（Ⅱ）将函数*y*＝*f*（*x*）的图象上各点的横坐标伸长为原来的2倍（纵坐标不变），再将得到的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位，得到函数*y*＝*g*（*x*）的图象，求*g*（*x*）在[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上的最小值．

【解答】解：（Ⅰ）函数*f*（*x*）＝sin（ω*x*﹣菁优网-jyeoo）+sin（ω*x*﹣菁优网-jyeoo）

＝sinω*x*cos菁优网-jyeoo﹣cosω*x*sin菁优网-jyeoo﹣sin（菁优网-jyeoo﹣ω*x*）

＝菁优网-jyeoosinω*x*﹣菁优网-jyeoocosω*x*

＝菁优网-jyeoosin（ω*x*﹣菁优网-jyeoo），

又*f*（菁优网-jyeoo）＝菁优网-jyeoosin（菁优网-jyeooω﹣菁优网-jyeoo）＝0，

∴菁优网-jyeooω﹣菁优网-jyeoo＝*k*π，*k*∈**Z**，

解得ω＝6*k*+2，

又0＜ω＜3，

∴ω＝2；

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，*f*（*x*）＝菁优网-jyeoosin（2*x*﹣菁优网-jyeoo），

将函数*y*＝*f*（*x*）的图象上各点的横坐标伸长为原来的2倍（纵坐标不变），得到函数*y*＝菁优网-jyeoosin（*x*﹣菁优网-jyeoo）的图象；

再将得到的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位，得到*y*＝菁优网-jyeoosin（*x*+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）的图象，

∴函数*y*＝*g*（*x*）＝菁优网-jyeoosin（*x*﹣菁优网-jyeoo）；

当*x*∈[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]时，*x*﹣菁优网-jyeoo∈[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，

∴sin（*x*﹣菁优网-jyeoo）∈[﹣菁优网-jyeoo，1]，

∴当*x*＝﹣菁优网-jyeoo时，*g*（*x*）取得最小值是﹣菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo＝﹣菁优网-jyeoo．

8．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*．已知*a*＞*b*，*a*＝5，*c*＝6，sin*B*＝菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求*b*和sin*A*的值；

（Ⅱ）求sin（2*A*+菁优网-jyeoo）的值．

【解答】解：（Ⅰ）在△*ABC*中，∵*a*＞*b*，

故由sin*B*＝菁优网-jyeoo，可得cos*B*＝菁优网-jyeoo．

由已知及余弦定理，有菁优网-jyeoo＝13，

∴*b*＝菁优网-jyeoo．

由正弦定理菁优网-jyeoo，得sin*A*＝菁优网-jyeoo．

∴*b*＝菁优网-jyeoo，sin*A*＝菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）由（Ⅰ）及*a*＜*c*，得cos*A*＝菁优网-jyeoo，∴sin2*A*＝2sin*A*cos*A*＝菁优网-jyeoo，

cos2*A*＝1﹣2sin2*A*＝﹣菁优网-jyeoo．

故sin（2*A*+菁优网-jyeoo）＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

9．△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知△*ABC*的面积为菁优网-jyeoo．

（1）求sin*B*sin*C*；

（2）若6cos*B*cos*C*＝1，*a*＝3，求△*ABC*的周长．

【解答】解：（1）由三角形的面积公式可得*S*△*ABC*＝菁优网-jyeoo*ac*sin*B*＝菁优网-jyeoo，

∴3*c*sin*B*sin*A*＝2*a*，

由正弦定理可得3sin*C*sin*B*sin*A*＝2sin*A*，

∵sin*A*≠0，

∴sin*B*sin*C*＝菁优网-jyeoo；

（2）∵6cos*B*cos*C*＝1，

∴cos*B*cos*C*＝菁优网-jyeoo，

∴cos*B*cos*C*﹣sin*B*sin*C*＝菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo＝﹣菁优网-jyeoo，

∴cos（*B*+*C*）＝﹣菁优网-jyeoo，

∴cos*A*＝菁优网-jyeoo，

∵0＜*A*＜π，

∴*A*＝菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo＝2*R*＝菁优网-jyeoo＝2菁优网-jyeoo，

∴sin*B*sin*C*＝菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，

∴*bc*＝8，

∵*a*2＝*b*2+*c*2﹣2*bc*cos*A*，

∴*b*2+*c*2﹣*bc*＝9，

∴（*b*+*c*）2＝9+3*cb*＝9+24＝33，

∴*b*+*c*＝菁优网-jyeoo

∴周长*a*+*b*+*c*＝3+菁优网-jyeoo．

10．△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知sin（*A*+*C*）＝8sin2菁优网-jyeoo．

（1）求cos*B*；

（2）若*a*+*c*＝6，△*ABC*的面积为2，求*b*．

【解答】解：（1）sin（*A*+*C*）＝8sin2菁优网-jyeoo，

∴sin*B*＝4（1﹣cos*B*），

∵sin2*B*+cos2*B*＝1，

∴16（1﹣cos*B*）2+cos2*B*＝1，

∴16（1﹣cos*B*）2+cos2*B*﹣1＝0，

∴16（cos*B*﹣1）2+（cos*B*﹣1）（cos*B*+1）＝0，

∴（17cos*B*﹣15）（cos*B*﹣1）＝0，

∴cos*B*＝菁优网-jyeoo；

（2）由（1）可知sin*B*＝菁优网-jyeoo，

∵*S*△*ABC*＝菁优网-jyeoo*ac*•sin*B*＝2，

∴*ac*＝菁优网-jyeoo，

∴*b*2＝*a*2+*c*2﹣2*ac*cos*B*＝*a*2+*c*2﹣2×菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo

＝*a*2+*c*2﹣15＝（*a*+*c*）2﹣2*ac*﹣15＝36﹣17﹣15＝4，

∴*b*＝2．

11．已知函数*f*（*x*）＝菁优网-jyeoocos（2*x*﹣菁优网-jyeoo）﹣2sin*x*cos*x*．

（*I*）求*f*（*x*）的最小正周期；

（*II*）求证：当*x*∈[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]时，*f*（*x*）≥﹣菁优网-jyeoo．

【解答】解：（Ⅰ）*f*（*x*）＝菁优网-jyeoocos（2*x*﹣菁优网-jyeoo）﹣2sin*x*cos*x*，

＝菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo*co*2*x*+菁优网-jyeoosin2*x*）﹣sin2*x*，

＝菁优网-jyeoocos2*x*+菁优网-jyeoosin2*x*，

＝sin（2*x*+菁优网-jyeoo），

∴*T*＝菁优网-jyeoo＝π，

∴*f*（*x*）的最小正周期为π，

（Ⅱ）∵*x*∈[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，

∴2*x*+菁优网-jyeoo∈[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，

∴﹣菁优网-jyeoo≤sin（2*x*+菁优网-jyeoo）≤1，

∴*f*（*x*）≥﹣菁优网-jyeoo

12．已知向量菁优网-jyeoo＝（cos*x*，sin*x*），菁优网-jyeoo＝（3，﹣菁优网-jyeoo），*x*∈[0，π]．

（1）若菁优网-jyeoo，求*x*的值；

（2）记*f*（*x*）＝菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，求*f*（*x*）的最大值和最小值以及对应的*x*的值．

【解答】解：（1）∵菁优网-jyeoo＝（cos*x*，sin*x*），菁优网-jyeoo＝（3，﹣菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo∥菁优网-jyeoo，

∴﹣菁优网-jyeoocos*x*＝3sin*x*，

当cos*x*＝0时，sin*x*＝1，不合题意，

当cos*x*≠0时，tan*x*＝﹣菁优网-jyeoo，

∵*x*∈[0，π]，

∴*x*＝菁优网-jyeoo，

（2）*f*（*x*）＝菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo＝3cos*x*﹣菁优网-jyeoosin*x*＝2菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoocos*x*﹣菁优网-jyeoosin*x*）＝2菁优网-jyeoocos（*x*+菁优网-jyeoo），

∵*x*∈[0，π]，

∴*x*+菁优网-jyeoo∈[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，

∴﹣1≤cos（*x*+菁优网-jyeoo）≤菁优网-jyeoo，

当*x*＝0时，*f*（*x*）有最大值，最大值3，

当*x*＝菁优网-jyeoo时，*f*（*x*）有最小值，最小值﹣2菁优网-jyeoo．

13．在△*ABC*中，∠*A*＝60°，*c*＝菁优网-jyeoo*a*．

（1）求sin*C*的值；

（2）若*a*＝7，求△*ABC*的面积．

【解答】解：（1）∠*A*＝60°，*c*＝菁优网-jyeoo*a*，

由正弦定理可得sin*C*＝菁优网-jyeoosin*A*＝菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，

（2）*a*＝7，则*c*＝3，

∴*C*＜*A*，

∵sin2*C*+cos2*C*＝1，又由（1）可得cos*C*＝菁优网-jyeoo，

∴sin*B*＝sin（*A*+*C*）＝sin*A*cos*C*+cos*A*sin*C*＝菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，

∴*S*△*ABC*＝菁优网-jyeoo*ac*sin*B*＝菁优网-jyeoo×7×3×菁优网-jyeoo＝6菁优网-jyeoo．

14．已知函数*f*（*x*）＝2sinω*x*cosω*x*+cos2ω*x*（ω＞0）的最小正周期为π．

（1）求ω的值；

（2）求*f*（*x*）的单调递增区间．

【解答】解：*f*（*x*）＝2sinω*x*cosω*x*+cos2ω*x*，

＝sin2ω*x*+cos2ω*x*，

＝菁优网-jyeoo，

由于函数的最小正周期为π，

则：*T*＝菁优网-jyeoo，

解得：ω＝1．

（2）由（1）得：函数*f*（*x*）＝菁优网-jyeoo，

令菁优网-jyeoo（*k*∈**Z**），

解得：菁优网-jyeoo（*k*∈**Z**），

所以函数的单调递增区间为：[菁优网-jyeoo]（*k*∈**Z**）．

15．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知*b*+*c*＝2*a*cos*B*．

（1）证明：*A*＝2*B*；

（2）若cos*B*＝菁优网-jyeoo，求cos*C*的值．

【解答】（1）证明：∵*b*+*c*＝2*a*cos*B*，

∴sin*B*+sin*C*＝2sin*A*cos*B*，

∵sin*C*＝sin（*A*+*B*）＝sin*A*cos*B*+cos*A*sin*B*，

∴sin*B*＝sin*A*cos*B*﹣cos*A*sin*B*＝sin（*A*﹣*B*），由*A*，*B*∈（0，π），

∴0＜*A*﹣*B*＜π，∴*B*＝*A*﹣*B*，或*B*＝π﹣（*A*﹣*B*），化为*A*＝2*B*，或*A*＝π（舍去）．

∴*A*＝2*B*．

（*II*）解：cos*B*＝菁优网-jyeoo，∴sin*B*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

cos*A*＝cos2*B*＝2cos2*B*﹣1＝菁优网-jyeoo，sin*A*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

∴cos*C*＝﹣cos（*A*+*B*）＝﹣cos*A*cos*B*+sin*A*sin*B*＝菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

16．设*f*（*x*）＝2菁优网-jyeoosin（π﹣*x*）sin*x*﹣（sin*x*﹣cos*x*）2．

（Ⅰ）求*f*（*x*）的单调递增区间；

（Ⅱ）把*y*＝*f*（*x*）的图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），再把得到的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位，得到函数*y*＝*g*（*x*）的图象，求*g*（菁优网-jyeoo）的值．

【解答】解：（Ⅰ）∵*f*（*x*）＝2菁优网-jyeoosin（π﹣*x*）sin*x*﹣（sin*x*﹣cos*x*）2 ＝2菁优网-jyeoosin2*x*﹣1+sin2*x*＝2菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo﹣1+sin2*x*

＝sin2*x*﹣菁优网-jyeoocos2*x*+菁优网-jyeoo﹣1＝2sin（2*x*﹣菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo﹣1，

令2*k*π﹣菁优网-jyeoo≤2*x*﹣菁优网-jyeoo≤2*k*π+菁优网-jyeoo，求得*k*π﹣菁优网-jyeoo≤*x*≤*k*π+菁优网-jyeoo，

可得函数的增区间为[*k*π﹣菁优网-jyeoo，*k*π+菁优网-jyeoo]，*k*∈**Z**．

（Ⅱ）把*y*＝*f*（*x*）的图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），可得*y*＝2sin（*x*﹣菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo﹣1的图象；

再把得到的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位，得到函数*y*＝*g*（*x*）＝2sin*x*+菁优网-jyeoo﹣1的图象，

∴*g*（菁优网-jyeoo）＝2sin菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo﹣1＝菁优网-jyeoo．

17．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知*a*sin2*B*＝菁优网-jyeoo*b*sin*A*．

（1）求*B*；

（2）已知cos*A*＝菁优网-jyeoo，求sin*C*的值．

【解答】解：（1）∵*a*sin2*B*＝菁优网-jyeoo*b*sin*A*，

∴2sin*A*sin*B*cos*B*＝菁优网-jyeoosin*B*sin*A*，

∴cos*B*＝菁优网-jyeoo，∴*B*＝菁优网-jyeoo．

（2）∵cos*A*＝菁优网-jyeoo，∴sin*A*＝菁优网-jyeoo，

∴sin*C*＝sin（*A*+*B*）＝sin*A*cos*B*+cos*A*sin*B*＝菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

18．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知*b*+*c*＝2*a*cos*B*．

（Ⅰ）证明：*A*＝2*B*；

（Ⅱ）若△*ABC*的面积*S*＝菁优网-jyeoo，求角*A*的大小．

【解答】（Ⅰ）证明：∵*b*+*c*＝2*a*cos*B*，

∴sin*B*+sin*C*＝2sin*A*cos*B*，

∴sin*B*+sin（*A*+*B*）＝2sin*A*cos*B*

∴sin*B*+sin*A*cos*B*+cos*A*sin*B*＝2sin*A*cos*B*

∴sin*B*＝sin*A*cos*B*﹣cos*A*sin*B*＝sin（*A*﹣*B*）

∵*A*，*B*是三角形中的角，

∴*B*＝*A*﹣*B*，

∴*A*＝2*B*；

（Ⅱ）解：∵△*ABC*的面积*S*＝菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo*bc*sin*A*＝菁优网-jyeoo，

∴2*bc*sin*A*＝*a*2，

∴2sin*B*sin*C*＝sin*A*＝sin2*B*，

∴sin*C*＝cos*B*，

∴*B*+*C*＝90°，或*C*＝*B*+90°，

∴*A*＝90°或*A*＝45°．

19．在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别是*a*，*b*，*c*，且菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）证明：sin*A*sin*B*＝sin*C*；

（Ⅱ）若*b*2+*c*2﹣*a*2＝菁优网-jyeoo*bc*，求tan*B*．

【解答】（Ⅰ）证明：在△*ABC*中，∵菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，

∴由正弦定理得：菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，

∵sin（*A*+*B*）＝sin*C*．

∴整理可得：sin*A*sin*B*＝sin*C*，

（Ⅱ）解：*b*2+*c*2﹣*a*2＝菁优网-jyeoo*bc*，由余弦定理可得cos*A*＝菁优网-jyeoo．

sin*A*＝菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo

菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo＝1，菁优网-jyeoo＝菁优网-jyeoo，

tan*B*＝4．

20．在△*ABC*中，*AC*＝6，cos*B*＝菁优网-jyeoo，*C*＝菁优网-jyeoo．

（1）求*AB*的长；

（2）求cos（*A*﹣菁优网-jyeoo）的值．

【解答】解：（1）∵△*ABC*中，cos*B*＝菁优网-jyeoo，*B*∈（0，π），

∴sin*B*＝菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo，

∴*AB*＝菁优网-jyeoo＝5菁优网-jyeoo；

（2）cos*A*═﹣cos（π﹣*A*）＝﹣cos（*C*+*B*）＝sin*B*sin*C*﹣cos*B*cos*C*＝﹣菁优网-jyeoo．

∵*A*为三角形的内角，

∴sin*A*＝菁优网-jyeoo，

∴cos（*A*﹣菁优网-jyeoo）＝菁优网-jyeoocos*A*+菁优网-jyeoosin*A*＝菁优网-jyeoo．

21．已知函数*f*（*x*）＝4tan*x*sin（菁优网-jyeoo﹣*x*）cos（*x*﹣菁优网-jyeoo）﹣菁优网-jyeoo．

（1）求*f*（*x*）的定义域与最小正周期；

（2）讨论*f*（*x*）在区间[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上的单调性．

【解答】解：（1）∵*f*（*x*）＝4tan*x*sin（菁优网-jyeoo﹣*x*）cos（*x*﹣菁优网-jyeoo）﹣菁优网-jyeoo．

∴*x*≠*k*π+菁优网-jyeoo，即函数的定义域为{*x*|*x*≠*k*π+菁优网-jyeoo，*k*∈**Z**}，

则*f*（*x*）＝4tan*x*cos*x*•（菁优网-jyeoocos*x*+菁优网-jyeoosin*x*）﹣菁优网-jyeoo

＝4sin*x*（菁优网-jyeoocos*x*+菁优网-jyeoosin*x*）﹣菁优网-jyeoo

＝2sin*x*cos*x*+2菁优网-jyeoosin2*x*﹣菁优网-jyeoo

＝sin2*x*+菁优网-jyeoo（1﹣cos2*x*）﹣菁优网-jyeoo

＝sin2*x*﹣菁优网-jyeoocos2*x*

＝2sin（2*x*﹣菁优网-jyeoo），

则函数的周期*T*＝菁优网-jyeoo；

（2）由2*k*π﹣菁优网-jyeoo＜2*x*﹣菁优网-jyeoo＜2*k*π+菁优网-jyeoo，*k*∈**Z**，

得*k*π﹣菁优网-jyeoo＜*x*＜*k*π+菁优网-jyeoo，*k*∈**Z**，即函数的增区间为（*k*π﹣菁优网-jyeoo，*k*π+菁优网-jyeoo），*k*∈**Z**，

当*k*＝0时，增区间为（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），*k*∈**Z**，

∵*x*∈[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，∴此时*x*∈（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，

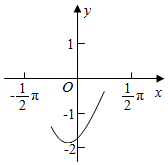
由2*k*π+菁优网-jyeoo＜2*x*﹣菁优网-jyeoo＜2*k*π+菁优网-jyeoo，*k*∈**Z**，

得*k*π+菁优网-jyeoo＜*x*＜*k*π+菁优网-jyeoo，*k*∈**Z**，即函数的减区间为（*k*π+菁优网-jyeoo，*k*π+菁优网-jyeoo），*k*∈**Z**，

当*k*＝﹣1时，减区间为（﹣菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo），*k*∈**Z**，

∵*x*∈[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，∴此时*x*∈[﹣菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo），

即在区间[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上，函数的减区间为∈[﹣菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo），增区间为（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]．



22．△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知2cos*C*（*a*cos*B*+*b*cos*A*）＝*c*．

（Ⅰ）求*C*；

（Ⅱ）若*c*＝菁优网-jyeoo，△*ABC*的面积为菁优网-jyeoo，求△*ABC*的周长．

【解答】解：（Ⅰ）∵在△*ABC*中，0＜*C*＜π，∴sin*C*≠0

已知等式利用正弦定理化简得：2cos*C*（sin*A*cos*B*+sin*B*cos*A*）＝sin*C*，

整理得：2cos*C*sin（*A*+*B*）＝sin*C*，

即2cos*C*sin（π﹣（*A*+*B*））＝sin*C*

2cos*C*sin*C*＝sin*C*

∴cos*C*＝菁优网-jyeoo，

∴*C*＝菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）由余弦定理得7＝*a*2+*b*2﹣2*ab*•菁优网-jyeoo，

∴（*a*+*b*）2﹣3*ab*＝7，

∵*S*＝菁优网-jyeoo*ab*sin*C*＝菁优网-jyeoo*ab*＝菁优网-jyeoo，

∴*ab*＝6，

∴（*a*+*b*）2﹣18＝7，

∴*a*+*b*＝5，

∴△*ABC*的周长为5+菁优网-jyeoo．