一　三角函数

三角函数的题有两种考法，其中10%~20%的概率考解三角形，80%~90%的概率考三角函数本身。

1. 解三角形

不管题目是什么，要明白，关于解三角形，只学了三个公式——**正弦定理、余弦定理**和**面积公式。**

所以，解三角形的题目，求面积的话肯定用面积公式。至于什么时候用正弦，什么时候用余弦，如果你不能迅速判断，都尝试一下也未尝不可。

2. 三角函数

然后求解需要求的。套路一般是给一个比较复杂的式子，然后问这个函数的定义域、值域、周期、频率、单调性等问题。

解决方法就是，首先利用“**和差倍半**”对式子进行化简。化简成 ：

$$f(x)=Asin(\omega x+\varphi)+B$$

例：已知函数$f(x)=2cosx(sinx-cosx)+1, x\in R$

（1）求函数$f(x)$的最小正周期

（2）求函数$f(x)$在区间$\left[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right]$上的最大值和最小值

题目比较简单，此处略去过程。和差倍半公式背过，和差化积不用背

诱导公式

	sin	cos	tan	cot
$-\alpha$	$-\sin\alpha$	$+\cos\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$
$\pi-\alpha$	$+\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$
$\pi+\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$+tg\alpha$	$+ctg\alpha$
$2\pi-\alpha$	$-\sin\alpha$	$+\cos\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$
$2k\pi+\alpha$	$+\sin\alpha$	$+\cos\alpha$	$+tg\alpha$	$+ctg\alpha$

	sin	cos	tan	cot
$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$+\cos\alpha$	$+\sin\alpha$	$+ctg\alpha$	$+tg\alpha$
$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$+\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$
$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$+ctg\alpha$	$+tg\alpha$
$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$-\cos\alpha$	$+\sin\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$

和，差

①$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$　②$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

③$tg(\alpha\pm\beta)=\dfrac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\cdot tg\beta}$　④$tg\alpha\pm tg\beta=tg(\alpha\pm\beta)(1\mp tg\alpha\cdot tg\beta)$

倍

①$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{2tg\theta}{1+tg^2\theta}$

②$\cos2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1=1-2\sin^2\theta=\dfrac{1-tg^2\theta}{1+tg^2\theta}$

③$tg2\theta=\dfrac{2tg\theta}{1-tg^2\theta}$　④$\sin^2\theta=\dfrac{tg^2\theta}{1+tg^2\theta}=\dfrac{1-\cos2\theta}{2}$　⑤$\cos^2\theta=\dfrac{1+\cos2\theta}{2}$

半

①$\sin\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$　②$\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{1-\cos\theta}{2}$　③$\cos\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$

④$\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{1+\cos\theta}{2}$　⑤$1-\cos\theta=2\sin^2\frac{\theta}{2}$　⑥$1+\cos\theta=2\cos^2\frac{\theta}{2}$

⑦$\sqrt{1\pm\sin\theta}=\sqrt{(\cos\frac{\theta}{2}\pm\sin\frac{\theta}{2})^2}=\left|\cos\frac{\theta}{2}\pm\sin\frac{\theta}{2}\right|$

⑧$tg\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$

掌握以上公式，足够了。

关于题型，见下图：

$f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) + B$

最小正周期$T = \frac{2\pi}{\omega}$

频率$f = \frac{1}{T}$

振幅A

极大值$\omega x + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$,推出$x$的取值

极小值$\omega x + \varphi = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$,推出$x$的取值

最大值$f_{max} = |A| + B$

最小值$f_{min} = -|A| + B$

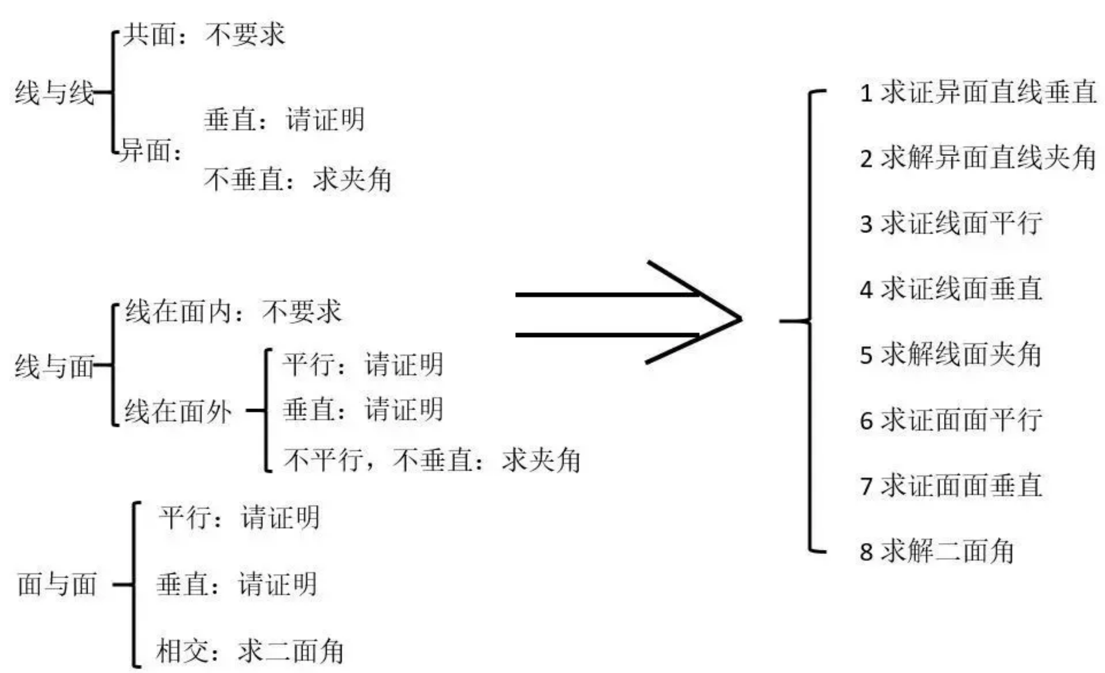
单调递增$-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leqq \omega x + \varphi \leqq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$,推出$x$的取值

单调递减$\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leqq \omega x + \varphi \leqq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$,推出$x$的取值

二　立体几何

立体几何的相关题目，稍微复杂一些，可能会卡住一些人。

这个题目一般有2~3问，一般会考查某条线的大小或者证明某个线/面与另外一个线/面平行或垂直，以及求二面角。



这类题目的解题方法有两种：**空间向量法和传统法**。这两种方法各有利弊。

向量法：

使用向量法的好处在于：没有任何思维含量，肯定能解出最终答案。缺点就是计算量大，且容易出错。

使用空间向量法，首先应该建立空间直角坐标系。建系结束后，根据已知条件可用向量确定每条直线。其形式为AB=（a，b，c），然后进行后续证明与求解。

1 求证异面直线垂直

$AB=(a,b,c)$　$CD=(d,e,f)$

若 $AB\cdot CD=ad+be+cf=0$

则 $AB\perp CD$

2 求解异面直线夹角

$AB=(a,b,c)$　$CD=(d,e,f)$

$\cos\theta=\frac{AB\cdot CD}{|AB|\cdot|CD|}=\frac{ad+be+cf}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{d^2+e^2+f^2}}$

3 求证线面平行

先在面内找一条线CD

若　$AB=K\cdot CD$

即：$a=kc$　$b=ke$　$d=kf$

则：线面平行

4 求证线面垂直

先在面内找两条不相交的直线

$AB=(a,b,c)$　$CD=(d,e,f)$

若 $EF\perp$ AB且 $EF\perp$ CD

则 $EF\perp$ 面ABCD

5 求解线 $\vec{n}$ 面夹角

1先设面的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$

2再在面内找两条不相交的直线　$AB=(a,b,c)$　$CD=(d,e,f)$

由　$\vec{m}\perp$ AB　$\vec{m}\perp$ CD

可得 $\begin{cases} ax+by+cz=0 \\ dx+ey+fz=0 \end{cases}$

两个方程，三个未知数（a,b,c）,可令c为任意非0值，
一般取为1，
这样，便得到面的法向量 $\vec{m}$

3求解 $\vec{n}$ 与 $\vec{m}$ 的夹角

4求出以上两个向量夹角后，求其余角即为最终结果

6 求证面面平行

1在一个面内找两条不相交的直线 $AB=(a,b,c)$ $CD=(d,e,f)$

2 分别证明AB、CD与另一个面平行

7 求证面面垂直

1先求一个面的法向量 $\vec{m}$

2求证 $\vec{m}$ 与另一个面平行

8 求解二面角

1先求一个面的法向量 $\vec{m}$

2再求另一个面的法向量 $\vec{n}$

3求 $\vec{m}$ $\vec{n}$ 的夹角 θ

4二面角对应的平面角大小为 π-θ

箭头指的是利用前面的方法求解。如果有些同学会觉得比较乱，以下为无箭头标注的图。

1 求证异面直线垂直

$AB=(a,b,c)$　$CD=(d,e,f)$

若 $AB\cdot CD=ad+be+cf=0$

则 $AB\perp CD$

2 求解异面直线夹角

$AB=(a,b,c)$　$CD=(d,e,f)$

$\cos\theta=\frac{AB\cdot CD}{|AB|\cdot|CD|}=\frac{ad+be+cf}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{d^2+e^2+f^2}}$

3 求证线面平行

先在面内找一条线CD

若　$AB=K\cdot CD$

即：$a=kc$　$b=ke$　$d=kf$

则：线面平行

4 求证线面垂直

先在面内找两条不相交的直线

$AB=(a,b,c)$　$CD=(d,e,f)$

若 $EF\perp$ AB且 $EF\perp$ CD

则 $EF\perp$ 面ABCD

5 求解线 $\vec{n}$ 面夹角

1先设面的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$

2再在面内找两条不相交的直线　$AB=(a,b,c)$　$CD=(d,e,f)$

由　$\vec{m}\perp$ AB　$\vec{m}\perp$ CD

可得 $\begin{cases} ax+by+cz=0 \\ dx+ey+fz=0 \end{cases}$

两个方程，三个未知数（a,b,c）,可令c为任意非0值，
一般取为1，
这样，便得到面的法向量 $\vec{m}$

3求解 $\vec{n}$ 与 $\vec{m}$ 的夹角

4求出以上两个向量夹角后，求其余角即为最终结果

6 求证面面平行

1在一个面内找两条不相交的直线 $AB=(a,b,c)$ $CD=(d,e,f)$

2 分别证明AB、CD与另一个面平行

7 求证面面垂直

1先求一个面的法向量 $\vec{m}$

2求证 $\vec{m}$ 与另一个面平行

8 求解二面角

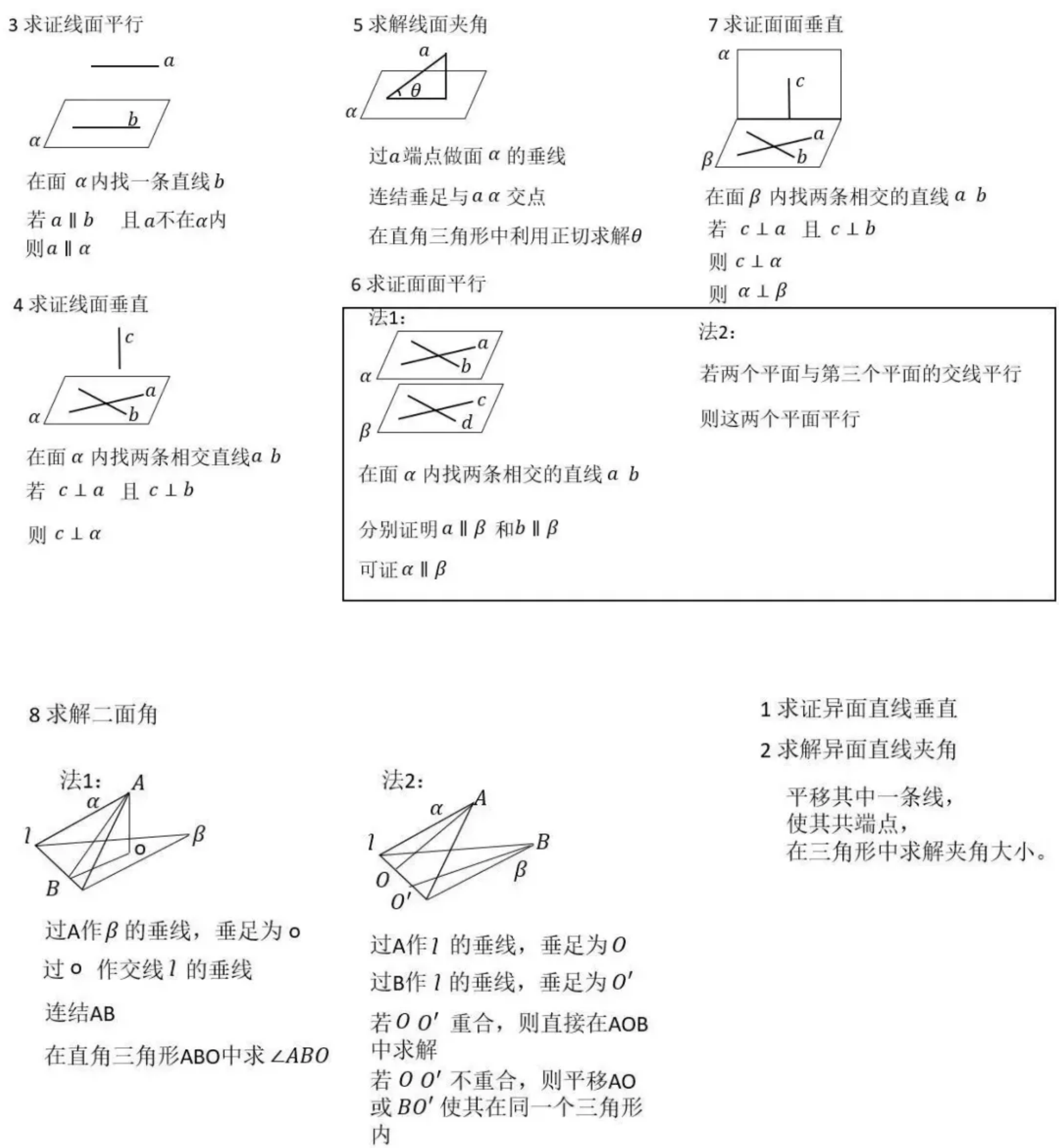
1先求一个面的法向量 $\vec{m}$

2再求另一个面的法向量 $\vec{n}$

3求 $\vec{m}$ $\vec{n}$ 的夹角 θ

4二面角对应的平面角大小为 π-θ

传统法：



在学立体几何的时候，有很多性质定理和判定定理。但是针对高考立体几何大题而言，解题方法基本是唯一的，除了上图中6和8有两种解题方法以外，其他都是有唯一的方法。

所以，熟练掌握解题模型，拿到题目直接按照标准解法去求解便可。

另外，还有一类题，是求点到平面距离的，这类题百分之百用等体积法求解。

三　数　列

从这里开始，会明显感觉题目变难了，但是掌握了套路和方法，解决这类题目并不困难。

数列主要是求解通项公式和前n项和。

1. 通项公式

明确题目中给出的条件的形式，不同形式对应不同的解题方法。

1给出 $S_n=f(n)$

令 $n=1$　求得 a_1

利用$a_n=S_n-S_{n-1}$ 得 a_n

2给出$a_{n+1}=a_n+f(n)$

用累加法求解

$a_2=a_1+f(1)$

$a_3=a_2+f(2)$

$a_4=a_3+f(3)$

$\vdots$

$a_n=a_{n-1}+f(n-1)$

即 $a_n=a_1+f(1)+\cdots+f(n-1)$

3给出 $a_{n+1}=a_n\cdot f(n)$

用累乘法求解

$\frac{a_2}{a_1}=f(1)$　……　$\frac{a_n}{a_{n-1}}=f(n-1)$

即 $\frac{a_n}{a_1}=f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(n-1)$

4给出 $a_{n+1}=pa_n+q$

令 $a_{n+1}-t=p(a_n-t)$

其中 $t=\frac{q}{1-p}$

设新数列 $b_n=a_n-t$

所以 $b_{n+1}=pb_n$

b_n 为公比为p的等比数列

b_1 可通过a_1-t求出

可得到 b_n 继而得到a_n

5给出 $a_{n+1}=pa_n+qn+r$

令 $a_{n+1}+sn+t=p(a_n+sn+t)$

所以 $a_{n+1}=pa_n+s(p-1)n+(p-1)t$

可解出s,t

设新数列 $b_n=a_n+sn+t$

所以 $b_{n+1}=pb_n$

b_n为公比为p的等比数列

b_1 可通过a_1-t求出

可得到 b_n 继而得到a_n

6给出 $a_{n+1}=pa_n+q^n$

每一项同时除以 q^{n+1}

得到 $\frac{a_{n+1}}{q^{n+1}}=\frac{p}{q}\frac{a_n}{q^n}+\frac{1}{q}$

设新数列 $b_n=\frac{a_n}{q^n}$

上式变为 $b_{n+1}=\frac{p}{q}b_n+\frac{1}{q}$

变成4中模型

7给出 $a_{n+2}=pa_{n+1}+qa_n$

令 $a_{n+2}-sa_{n+1}=t(a_{n+1}-sa_n)$

所以 $a_{n+2}=(t+s)a_{n+1}-tsa_n$

可解出s,t

设新数列 $b_n=a_{n+1}-sa_n$

上式变为 $b_{n+1}=tb_n$

b_n 为公比为t的等比数列

可得到 b_n继而得到a_n

8给出 $a_{n+1}=\frac{pa_n}{qa_n+p}$

两边同时取倒数 得到 $\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{q}{p}$

设新数列　$b_n=\frac{1}{a_n}$　上式变为　$b_{n+1}=b_n+\frac{q}{p}$

变成4中模型

通项公式的求法有以上8种，着重掌握1、4、5、6、7、8。其实4~8可以算作一种。

除了以上8种方法，还有一种叫定义法，就是题中给出首项和公差或者公比，按照等差等比数列的定义进行求解。

但一般情况下，高考大题不会出这么简单的。

2. 求前n项和

求前n项和总共4种方法——**倒序相加法、错位相减法、分组求和法、裂项相消法。**

遇到求前n项和类型的题目，可以从这四种方法考虑就可以了。

同样的，每种方法都有对应的使用范围。

1 裂项相消

常见于通项为分式 如 $a_n = \dfrac{1}{n(n+k)}$　　$a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+k}}$

分母为两个数的乘积，且乘数之差为定值

分母为两个根式之和，且根式内的数的差为定值

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+k}} = \frac{1}{k}(\sqrt{n+k}-\sqrt{n})$$

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \boxed{\frac{1}{k}(\sqrt{1+k}-\sqrt{1}+\sqrt{2+k}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n+k}-\sqrt{n})}$$

由于k为一个具体的数，因此这一串可以消去很多项

2错位相减

适用于通项为等差数列和等比数列乘积的情况，如 $a_n = \underbrace{(2n-1)}_{\text{等差}}\underbrace{x^{n-1}}_{\text{等比}}$　　$a_n = \dfrac{n}{2^n}$ （n 等差，2^n 等比）

先写出S_n 的表达式　$S_n = 1\times\dfrac{1}{2^1} + 2\times\dfrac{1}{2^2} + \cdots + (n-1)\times\dfrac{1}{2^{n-1}} + n\times\dfrac{1}{2^n}$

每项乘等比数列的公比　$\dfrac{1}{2}S_n = \quad 1\times\dfrac{1}{2^2} + 2\times\dfrac{1}{2^3} + \quad \ldots \quad + (n-1)\times\dfrac{1}{2^n} + n\times\dfrac{1}{2^{n+1}}$

两式相减即可求得 S_n　$\dfrac{1}{2}S_n = 1\times\dfrac{1}{2} + \left(\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}\right) - n\times\dfrac{1}{2^{n+1}}$

3分组求和

适用于通项为两个数列之和的情况，即 $a_n = b_n + c_n$

等差或等比

$$a_n = \frac{1}{2^{n-1}} - 3n - 2$$

$$S_n = \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}}\right) - (5 + 8 + \cdots + 3n + 2)$$

4倒序相加

等差数列前n项和用倒叙相加法得来，以后看到一串三角函数，直接用此方法

$$S_n = sin^2 1° + sin^2 2° + sin^2 3° + sin^2 4° + \cdots + sin^2 88° + sin^2 89°$$

$$S_n = sin^2 89° + sin^2 88° + sin^2 87° + sin^2 86° + \cdots + sin^2 2° + sin^2 1°$$

$$2S_n = (sin^2 1° + sin^2 89°) + \cdots + (sin^2 89° + sin^2 1°) = 89$$

$$S_n = 89/2$$

当然，还有课本上关于等差数列和等比数列求前n项和的方法。在此就不列举了，请大家不要忘记。

四 圆锥曲线

高考对于圆锥曲线的考查也是有套路可循的。

一般套路是：前半部分是对基本性质的考查，后半部分考查与直线相交。

当你对高考题目积累量足够多的时候，会发现，后半部分的步骤基本是一致的。即：设直线，然后将直线方程代入圆锥曲线，得到一个关于x的二次方程，分析判别式、韦达定理，利用韦达定理的结果求解待求量。

所以，学好圆锥曲线需要明白三件事。

1. 三种圆锥曲线的性质

大家在学习的过程中可以自行总结，以便加深记忆。

2. 求轨迹的方法

求动点的轨迹方程的方法有7种，下面将一一介绍。一般情况下，这部分考查的题目不会出特别难。

a）直接法（性质法）

这类方法最常见，一般设置为第一问，题干中给出圆锥曲线的类型，并给出部分性质，比如离心率、焦点、端点等，根据圆锥曲线的性质求解a,b。

b）定义法

即题目中给出的条件，其实是某种我们学过的曲线的定义。这种情况下，可以根据题目描述，确定曲线类型，再根据曲线的性质，确定曲线的参数。

各曲线的定义如下：

> 到定点的距离为定值的动点轨迹为圆；
> 到两个定点的距离之和为定值的动点轨迹为椭圆；
> 到两个定点的距离之差为定值的动点轨迹为双曲线；
> 到定点与定直线的距离之比为定值的动点轨迹为圆锥曲线，根据比值大小确定是哪一种曲线。

例：点M到一个定点F（0，2）的距离和它到定直线y=8的距离之比为1：2，则点M的轨迹方程是多少？

根据题意描述，M轨迹为椭圆，且焦点在y轴

设轨迹为 $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1$

根据焦点坐标，准线方程，离心率可解出a,b

c）直译法

顾名思义，就是直接翻译题目中的条件。将题目中的文字用数学方程表达出来即可。

例：点M到一个定点F（0，2）的距离和它到定直线y=8的距离之比为1：2，则点M的轨迹方程是多少？

根据题意直接翻译，设M坐标 (x,y)

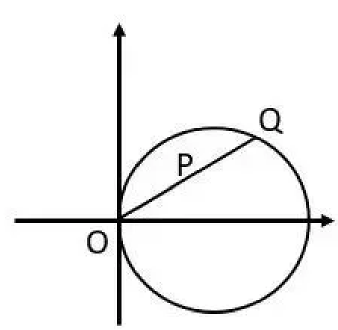
所以 $\frac{\sqrt{(x-0)^2+(y-2)^2}}{|y-8|}=\frac{1}{2}$

d）相关点法

假如题目中已知动点P的轨迹，另外一个动点M的坐标与P有关系。可根据此关系，用M的坐标表示P的坐标，再代入P的满足的轨迹方程，化简即可得到M的轨迹方程。

设圆C：$(x-1)^2+y^2=1$,过原点O做圆C是任意弦，求弦中点P的轨迹方程。

本题给出P相关的点的条件，使用相关点法。
相关点法步骤为
1设待求点坐标
2用待求点坐标表示已知点坐标
3带入已知点满足的关系式



1 设P(x,y)
2 所以Q$(2x,2y)$
3 Q$(2x,2y)$满足圆的方程$(x-1)^2+y^2=1$

e） 参数法

当动点坐标x、y之间的直接关系难以找到时，可以先找到x、y与另一参数t的关系，再消去参变数t，得到轨迹方程。

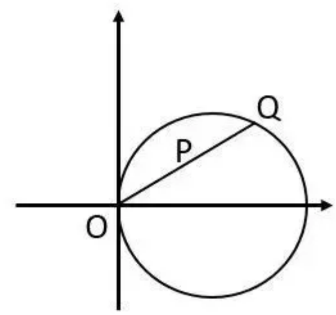
设圆C：$(x-1)^2+y^2=1$,过原点O做圆C是任意弦，求弦中点P的轨迹方程。

设圆上一点Q的坐标为 $x=1+\cos t$

$y=\sin t$

所以P的坐标为 $x_0=\frac{1}{2}(1+\cos t)$

$y_0=\frac{1}{2}\sin t$



利用$\sin t,\cos t$的关系可表示出$x_{0,}\ y_0$之间的关系

f） 交轨法

若题目中给出了两个曲线，求曲线交点的轨迹方程时，应将两动曲线方程中的参数消去，得到不含参数的方程，即为两动曲线交点的轨迹方程。

已知MN是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$中垂直于长轴的动弦，A,B是椭圆长轴的断点，求直线MA,NB的交点P的轨迹方程

令 $M(x_1,y_1)$，则 $N(x_1,-y_1)$

而 $A(-a,0),B(a,0)$．设 AM 与 NB 的交点为 $P(x,y)$

因为 A,M,P 共线，所以 $\frac{y}{x+a}=\frac{y_1}{x_1+a}$　因为 N,B,P 共线，所以 $\frac{y}{x-a}=-\frac{y_1}{x_1-a}$

两式相乘得 $\frac{y^2}{x^2-a^2}=-\frac{y_1^2}{x_1^2-a^2}$ ①，　而 $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1$ 即 $y_1^2=\frac{b^2(a^2-x_1^2)}{a^2}$ 代入①

得 $\frac{x^2}{x^2-a^2}=\frac{b^2}{a^2}$，　即交点 P 的轨迹方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

g）点差法

只要是中点弦问题，就用点差法。

已知椭圆$\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{4}=1$,过点P（1，1）的弦恰好被P平分，求弦所在的直线方程

只要是关于弦及其中点的问题，用点差法及其方便。

设弦与椭圆交点为$(x_1,y_1),(x_2,y_2)$
两点均满足椭圆方程

$$\frac{x_1^2}{2}+\frac{y_1^2}{4}=1 \qquad (1)$$

$$\frac{x_2^2}{2}+\frac{y_2^2}{4}=1 \qquad (2)$$

斜率

(1)-(2)可得 $\frac{1}{2}\underbrace{\boxed{(x_1+x_2)}}_{\text{中点}}\boxed{(x_1-x_2)}+\frac{1}{4}\underbrace{\boxed{(y_1+y_2)}}_{\text{中点}}\boxed{(y_1-y_2)}=0$

3. 与直线相交

这道题目一般为必考，而且每年形式基本都一样。

大概是这样：有一条直线，与这个圆锥曲线相交于两个点A,B，问balabala……

首先，从理论上说说这道题的解题步骤：

步骤1：先考虑直线斜率不存在的情况。求结果。*（此过程仅需很简短的过程）*

步骤2：设直线解析式为 y=kx+b *（随机应变，也可设为两点式……）*

步骤3：一般，所设直线具有某种特征，根据其特征，消去上式中k或b中的一个。

步骤4：联立直线方程和圆锥曲线方程，得到：

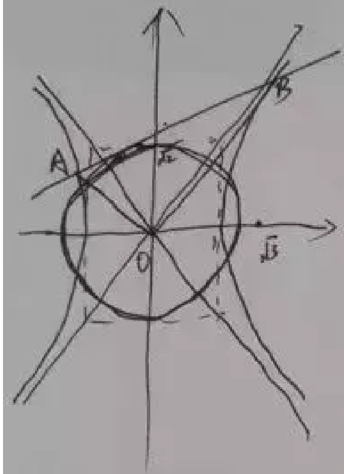
$$ax^2+bx+c=0$$

步骤5：求出判别式△ ，令 △>0 *（先空着，必要时候再求 △>0 时的取值范围）*

步骤6：利用韦达定理求出 x1x2，x1+x2 *（先空着，必要时再求y1y2）*

步骤7：翻译题目，利用韦达定理的结果求出所求量。

我们可以以下面的题目为例，看一下解题步骤。



(1)中已求得：$x^2-\frac{y^2}{2}=1$

(2) ∵ $x_0y_0\neq 0$. ∴直线斜率存在 步骤1（每次都要考虑）

步骤2 设直线为 $y=kx+b$

∵直线与 $x^2+y^2=2$ 相切 ∴ $\frac{|b|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{2}$

一般都消去其中一个未知数，直线方程中只保留一个未知数会简化联立过程，但此处没办法消去

步骤3 ∴ $b^2=2(k^2+1)$

步骤4 联立：
$$\begin{cases} y=kx+b & ① \\ 2x^2-y^2-2=0 & ② \end{cases}$$
此处千万不要保留分数

将①代入②得：

$$(2-k^2)x^2-2bkx-(b^2+2)=0$$

步骤5
$$\Delta=4k^2b^2+4(b^2+2)(2-k^2)$$
$$=8k^2+16>0$$

步骤6 由韦达定理：
$$x_1\cdot x_2=\frac{-(b^2+2)}{2-k^2}$$
$$x_1+x_2=\frac{2bk}{2-k^2}$$
$$\Rightarrow\begin{cases} y_1\cdot y_2= \\ y_1+y_2= \end{cases}$$
没时间就不算

步骤7 由题意可知：
$$\cos\angle AOB=\frac{\vec{OA}\cdot\vec{OB}}{|\vec{OA}|\cdot|\vec{OB}|}=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$$

利用韦达定理结果翻译要求解的量

只需证 $\cos\angle AOB$ 为定值.

没时间就不算结果，但要把思路体现出来

如果考试时间充足的话，计算量最大、最消耗时间的地方，也是需要计算的。如果时间来不及，可以暂且放下。

五 函数与导数

这一类题型以求导然后分析函数为主。导数这部分的步骤是比较固定的。

导数与函数的题型，大体分为三类。

1. 关于单调性，最值，极值的考查。

2. 证明不等式。

3. 函数中含有字母，分类讨论字母的取值范围。

无论是哪种题型，解题的流程只有一个。如下图所示：

已知函数$f(x)=x^2-1$
求函数$g(x)=xf(x)$在区间(-∞，5]的最大值

求极值、最值和单调性的问题，熟记步骤，按部就班地做。

步骤一 $g(x)=x^3-x \quad x\in(-\infty，5]$ 一定要写定义域

步骤二 $g'(x)=3x^2-1$

$g'(x)=0 \quad x_1=-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad x_2=\frac{\sqrt{3}}{3}$

步骤三 $g(x)$，$g'(x)$随x的变化情况为:

x	$\left(-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$(-\infty，5]$
$g'(x)$	+	0	−	0	+
$g(x)$	递增	极大值	递减	极小值	递增

1，写原函数及定义域

2，求导并令导数为零

3，列表求出函数变化趋势

4，根据变化趋势确定本题结果

步骤四 根据上表可知，最大值将在$-\frac{\sqrt{3}}{3}$或5处出现

$g(5)=120$

$g\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=$

例题比较简单，但是注意两点：一是任何导数题的核心步骤都是以上四步；二是时刻提醒自己定义域。

上面的例题属于第一类题型。

第二类题型，证明不等式。需要先移项，构造一个新函数，可以使不等号左边减去右边，构成新函数。

利用以上四个步骤，分析新函数的最值与0的大小关系，可以得证。此为作差法。

还有一种方法叫作商，即左边除以右边，其结果与1做对比。

不过此方法不建议使用，因为分母有可能为0，或者正负号不确定。

除此之外，还要注意逻辑。如果证明 A ≤ B，新函数设为 A - B，那么，需要 A - B的最大值小于等于0。

第三类问题，求字母的取值范围。先闭着眼睛当成已知数算，算完以后列表，针对列表中的结果进行分情况讨论。*（一般，题目都会写明字母不为0）*

以上就是总结的题型和解题套路，当然并没有把所有的题型总结完，只是提出一个思路和解方法，大家可以参考以上模式自行总结。

最后，重申三点：**记住基础知识素材**，**总结题型**，**提取解题策略。**